

CORRIGE

Ces éléments de correction n'ont qu'une valeur indicative. Ils ne peuvent en aucun cas engager la responsabilité des autorités académiques, chaque jury est souverain.

**ÉLÉMENTS DE RÉPONSE
PROPOSITION DE BARÈME**

EXERCICE 1 (12 points)

A.1° $g(t) = k e^{-710t}$. 1 point

2° 1 point

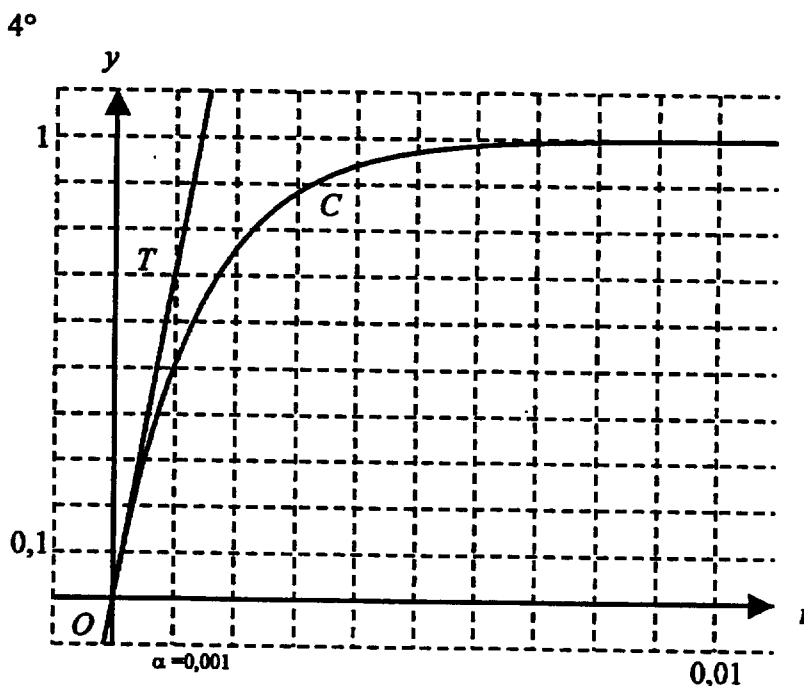
3° $f(t) = 1 + k e^{-710t}$. 0,5 point

4° $\varphi(t) = 1 - e^{-710t}$. 1 point

B.1° Pour tout $t \geq 0$, $\varphi'(t) = 710 e^{-710t}$.
 $\varphi'(t) > 0$. 1 point

2° a) On a $\varphi(t) = 1 - (1 - 710t + \frac{(710t)^2}{2} + t^2 \varepsilon(t))$.
 $\varphi(t) = 710t - \frac{(710t)^2}{2} + t^2 \varepsilon(t)$ avec $\lim_{t \rightarrow 0} \varepsilon(t) = 0$. 1 point

b) Une équation de T est $y = 710t$. 0,5 point
La position de C par rapport à T est donnée par le signe de
 $-\frac{(710t)^2}{2}$. C est en dessous de T au voisinage de 0. 1 point



1 point

5° a) $\alpha = -\frac{\ln 0,5}{710} \approx 0,00098$. 1 point

b) Voir le graphique. 0,5 point

GROUPEMENT B DES BTS	SESSION 2007
Mathématiques Corrigé	MATGRB1 Corrigé
Durée : 2 heures	Page : 1/3

C.1° $I(t) = 710 \times \int_0^t x e^{-710x} dx.$

$$I(t) = 710 \times \left(\left[-\frac{x}{710} e^{-710x} \right]_0^t + \frac{1}{710} \int_0^t e^{-710x} dx \right).$$

$$I(t) = \left[-x e^{-710x} \right]_0^t + \left[-\frac{1}{710} e^{-710x} \right]_0^t$$

$$I(t) = -t e^{-710t} - \frac{1}{710} e^{-710t} + \frac{1}{710}.$$

1,5 point

2° $\lim_{t \rightarrow +\infty} I(t) = \frac{1}{710} \approx 0,00141.$

1 point

GROUPEMENT B DES BTS	SESSION 2007
Mathématiques Corrigé	MATGRB1 Corrigé
Durée : 2 heures	Page : 2/3

20

EXERCICE 2 (8 points)

A. $T = \frac{X - 30}{0,09}$ suit la loi normale centrée réduite.

$$P(29,8 \leq X \leq 30,2) \approx P(-2,22 \leq T \leq 2,22)$$

$$P(29,8 \leq X \leq 30,2) \approx 2 \times \Pi(2,22) - 1$$

$$P(29,8 \leq X \leq 30,2) \approx 2 \times 0,9868 - 1$$

$$P(29,8 \leq X \leq 30,2) \approx 0,97.$$

2 points

B. 1° • Chaque prélèvement de 20 pièces est constitué par 20 épreuves élémentaires indépendantes (puisque le prélèvement est associé à un tirage avec remise).

• Chaque épreuve élémentaire (le tirage d'une pièce) peut déboucher sur deux résultats et deux seulement : la pièce est défectueuse, événement de probabilité $p = 0,03$ et la pièce n'est pas défectueuse, événement de probabilité $q = 1 - p = 0,97$.

• Donc la variable aléatoire Y qui associe à ces tirages le nombre de pièces défectueuses suit la loi binomiale de paramètres $n = 20$ et $p = 0,03$.

1,5 point

2° $P(X = 0) = 0,97^{20} \approx 0,54$.

1 point

3° $P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0) \approx 0,46$.

1 point

C. 1° $h = 0,98$.

1 point

2° On prélève au hasard et avec remise, un échantillon de 100 pièces dans la livraison et on calcule la moyenne \bar{z} des hauteurs des pièces de cet échantillon.

La règle de décision est :

• Si \bar{z} appartient à l'intervalle $[399,02 ; 400,98]$, on accepte H_0 au seuil de 0,05.

• Sinon on rejette H_0 et on accepte H_1 .

1 point

3° $\bar{z} = 399,12$ appartient à l'intervalle d'acceptation.

On accepte l'hypothèse H_0 : la livraison est considérée comme conforme pour la hauteur.

0,5 point

GROUPEMENT B DES BTS	SESSION 2007
Mathématiques Corrigé	MATGRB1 Corrigé
Durée : 2 heures	Page : 3/3

21