

EXERCICE 1

A)

1) $y' - y = 0$ est une équation différentielle du 1^{er} ordre sans second membre

Alors on cherche la primitive F de f

$$f : x \Rightarrow B/A = -1$$

Donc les solutions de l'équation différentielle E₀ sont les fonctions définies sur R

$$y : x \Rightarrow k e^{-F} = k e^{-x} \text{ avec } k \in \mathbb{R}$$

2) on remplace $y(x)$ par $g(x)$

$$y = x * e^{x+2}$$

$$y' = (x+1)e^{x+2}$$

$$y - y' = e^{x+2} - x$$

$g(x)$ est bien une solution de l'équation E

3) Les équations de l'équation de E sont la somme d'une solution particulière de E et la solution générale de l'équation sans second membre

Ce sont des fonctions définies sur R par

$$f(x) = x * e^{x+2} + 2x + 2 + k e^{-x}$$

4) $F(0) = 3$

$$K = 1$$

$$f(x) = x * e^{x+2} + 2x + 2 + e^{-x}$$

B)

1) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

2) Réponse B

3) a) $e^{x+2} = 1 + x + \frac{x^2}{2}$

$$f(x) = (1 + x + \frac{x^2}{2})(x+1) + 2x + 2$$

$$f(x) = 3 + 4x + \frac{3}{2}x^2$$

b) Réponse B

c) Réponse A

C)

1) $I = [x^2/2 + 2x]$

2) $J = [(x-1) * e^x] - \int e^x$

$$J = [(x-1) * e^x] - [e^x]$$

3) a) $K = I + J$

b) $K = 7,09$

c) C' est l'aire comprise entre -1 et 1 et situé en la courbe et l'axe des abscisses

EXERCICE 2

1) a) Loi binomiale

L'épreuve considérée a deux issues

La bouteille est non conforme avec une probabilité $p=0,02$

La bouteille est conforme avec une probabilité $q=1-p=1-0,02=0,98$

Le prélèvement est assimilé a un tirage sans remise donc on a indépendance des tirages.

Le prélèvement est de 30 bouteilles alors

La variable aléatoire Z suit la loi binomiale $B(30 ; 0,02)$

$$b) P(Z < 1) = P(Z=0) + P(Z=1)$$

$$P(Z=0) = \binom{30}{0} * (0,02)^0 * (0,98)^{30} = 0,55$$

$$P(Z=1) = \binom{30}{1} * (0,02) * (0,98)^{29} = 0,33$$

$$P(Z < 1) = 0,88$$

$$2) a) \alpha(X) = n * p = 30 * 0,02 = 0,6$$

$$b) P(X=0) = e^{-0,6} * 1 = 0,55$$

$$P(X=0) = (e^{-0,6}) * 0,6 = 0,33$$

$$P(Z < 1) = 0,88$$

B) Loi Normale

$X \rightarrow N(70 ; 1)$ On pose $T = (Z-70)/1$

Alors $T \rightarrow N(0 ; 1)$

$$P(68 < X < 70) = ?$$

$$(\Rightarrow) -2 < T < 2$$

$$P(68 < X < 72) = P(-2 < T < 2)$$

$$= 2\Phi(2) - 1$$

Formulaire $t=0,95$

$$2) h=2,58$$

C)

$$1) [69,5 ; 70,74]$$

2) Faux